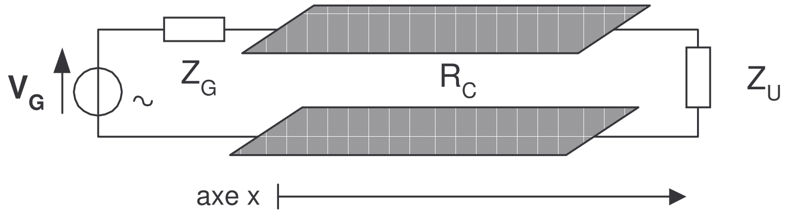
Propagation d'un signal sinusoïdal sur une ligne sans pertes : principales relations

Considérons la ligne suivante :



fréquence : $f=\omega/2\pi$
vitesse de déplacement de l'onde : c (3.10^8 dans le vide, de l'ordre de 2.10^8 sur une ligne)
longueur d'onde : $\lambda=c/f$
constante de phase ou constante de propagation : $\beta=2\pi/\lambda$
longueur de la ligne : l

tension et courant incidents
(tension incidente prise comme origine des phases temporelles)

$$\underline{V_i} = V^+ e^{j\omega t} e^{-j\beta x}$$

$$\underline{V_i} = R_C \underline{I_i}$$

tension et courant réfléchis

$$\underline{V_r} = V^- e^{j(\omega t+\varphi)} e^{j\beta x}$$

$$\underline{V_r} = - R_C \underline{I_r}$$

tension et courant en un point quelconque

$$\underline{V(x)} = \underline{V_i} + \underline{V_r} = V^+ e^{j\omega t} e^{-j\beta x} + V^- e^{j(\omega t+\varphi)} e^{+j\beta x}$$

$$\underline{I(x)} = \underline{I_i} + \underline{I_r} = I^+ e^{j\omega t} e^{-j\beta x} - I^- e^{j(\omega t+\varphi)} e^{+j\beta x}$$

coefficient de réflexion

$$\rho(x) = \frac{\underline{V_r}}{\underline{V_i}} = \frac{V^+}{V^-} e^{-j\varphi} e^{j2\beta x}$$

son module est constant sur une ligne sans perte
sa phase évolue en fonction des impédances et de la position sur la ligne

impédance en un point quelconque de la ligne de longueur l

$$\underline{Z(x)} = R_C \frac{\underline{Z_U} + j R_C \operatorname{tg} \beta(l-x)}{R_C + j \underline{Z_U} \operatorname{tg} \beta(l-x)}$$

Expression des grandeurs en fonction du coefficient de réflexion

tension sur la ligne	impédance
$\underline{V(x)} = \underline{V_i}\ (1+\underline{\rho(x)})$	$\underline{Z(x)} = R_C \frac{1+\underline{\rho(x)}}{1-\underline{\rho(x)}}$ et $\underline{\rho(x)} = \frac{\underline{Z(x)}/R_C - 1}{\underline{Z(x)}/R_C + 1}$

puissance incidente	puissance réfléchie	puissance transmise vers la charge
$P_i = \frac{1}{2} \mathrm{Re}(\underline{V_i}\, \underline{I_i}^*) = \frac{V^{+2}}{2 R_C}$	$P_r = -\frac{1}{2} \mathrm{Re}(\underline{V_r}\, \underline{I_r}^*) = -\frac{V^{-2}}{2 R_C}$	$P_r = P_i + P_r = \frac{V^{+\,2}}{2 R_C} (1 - \lVert\rho\rVert^2)$